古典力学における観測者問題

片桐奏羽 (放送大学) 2018.03.25

自己紹介

- 片桐奏羽
- ・大学院で弦理論を研究後、ソフトウェア開発 企業に就職、その後iOSアプリ開発のフリーラ ンスエンジニアとして独立。
- 現在、放送大学にて物理を研究中。現在の 興味は非平衡系の熱統計力学、量子論の基礎、量子重力

物理量を「知る」とは何か

- 物理は実験と理論を基礎としている。
- 実験とは特定のモデル(理論、仮説)に従って 現象に介入しそこから物理量を取り出す行為。

「知る」という行為は物理的である。

量子力学で「知る」ということ

- 量子力学において物理量は非可換な代数
- ・ 状態は(同時に確定できる)物理量の確定した 状態の重ね合わせ
- 測定によって物理量は確率的に取り出せる。

量子力学には測定について理論が本質的に必要だった。

量子力学における観測理論

- ・観測装置を理論の中に入れる。
- 観測対象と観測装置との相互作用を量子力 学で記述する。
- 観測装置の値を読む(測定する)ことで観測対象の値(物理量)を知る。

古典力学で「知る」とは何か

- ・古典力学で物理量は可換な代数
- ・ 状態は位置と運動量が確定した値
- 測定することなく値は確定している。

古典力学において測定は焦点があたってこなかった。

古典力学で「知る」ことの重要性

- 古典力学においても観測という行為はやはり 重要なのではないか。
- 物理の基礎は実験と理論にある。実験は量 子論に限ったものではない。
- 古典物理における数々の思考実験(アインシュタインの光時計、マクスウェルの悪魔、ラプラスの悪魔等)を定式化して議論できる可能性を持っている。

本研究で行ったこと

- 量子論の演算子形式で古典力学を定式化したものを利用し、量子論の測定理論のモデルであるノイマンモデルを古典力学に適用した。
- ・理論の解釈として古典力学に対しエヴェレットの相対状態を適用した。

古典力学

・ 状態は位置と運動量を指定することで記述

(x,p)

状態の時間発展

・ 状態の時間発展はニュートンの運動方程式 (を一般化した正準方程式)によって記述

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

位置の時間発展

$$p = mv$$

$$v = \frac{p}{m}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{p}{m}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial H}{\partial p}$$

運動量の時間発展

$$f = ma$$

$$\frac{dmv}{dt} = f$$

$$\frac{dp}{dt} = f$$

$$\frac{dp}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

量子力学

• 状態はベクトルとして記述

 $|\psi\rangle$

状態の時間発展

・ 状態はシュレディンガー方程式で時間発展する。

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi\rangle = \hat{H}|\psi\rangle$$

量子力学の物理量

・ 位置や運動量は行列(演算子)になっている。

$$\hat{x}, \hat{p}$$

$$[\hat{x}, \hat{p}] = \hat{x}\hat{p} - \hat{p}\hat{x} = i\hbar$$

量子力学の固有状態

固有ベクトルはその固有値が測定(射影測定)で得られる値を表している。

$$|\hat{p}|p\rangle = p|p\rangle$$

量子力学

ベクトルの基底ベクトルとして位置や運動量の固有ベクトルがある。状態は固有ベクトルの重ね合わせで表現される。

$$|\psi\rangle = \int dx |x\rangle \langle x|\psi\rangle$$

$$|\psi\rangle = \int dp |p\rangle \langle p|\psi\rangle \qquad \psi(x) = \langle x|\psi\rangle$$

射影仮説

- ・ 重ね合わせの係数は確率振幅と呼ばれ測定時にその絶対値の自乗が測定される確率になる。
- ・測定後はその状態は測定された値に対応する固有ベクトルに収縮する。

$$|\psi\rangle \rightarrow |p\rangle$$

$$\Pr(x) = |\langle x | \psi \rangle|^2$$

量子測定理論(ノイマンのモデル)

・測定対象と測定装置の合成系を考え、その相互作用を考える。

$$(\hat{q}, \hat{p}), (\hat{Q}, \hat{P}) \qquad |\psi\rangle = |\phi\rangle \otimes |\eta\rangle$$

$$\hat{H} = -\hat{q}\hat{P} \qquad \hat{U} = e^{-\hat{q}\hat{P}t}$$

時間発展

$$|\psi(t)\rangle = e^{-i\hat{q}\hat{P}}|\phi\rangle \otimes |\eta\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \int dq \langle q|\phi\rangle e^{-iq\hat{P}}|q\rangle \otimes |\eta\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \int dq \langle q|\phi\rangle |q\rangle \otimes e^{-iq\hat{P}}|\eta\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \int dq \int dQ \langle q|\phi\rangle \langle Q|\eta\rangle |q\rangle \otimes |Q-q\rangle$$

エヴェレットの相対状態

・観測装置は値を記録する。

$$|\eta[q]\rangle \equiv e^{i\hat{P}qt}|\eta\rangle$$

$$|\psi(t)\rangle = \int dq \langle q|\phi\rangle|q\rangle \otimes |\eta[q]\rangle$$

古典力学の演算子形式

$$[\hat{x}, \hat{p}] = 0$$

$$[\hat{x}, \hat{\pi}_x] = i$$

$$[\hat{p}, \hat{\pi}_p] = i$$

$$\hat{H} = \frac{\partial H}{\partial x} \hat{\pi}_x + \frac{\partial H}{\partial p} \hat{\pi}_p$$

古典力学における観測モデル

$$[\hat{q}, \hat{p}] = 0$$
 $[\hat{Q}, \hat{P}] = 0$ $[\hat{q}, \hat{\pi}_{q}] = i$ $[\hat{Q}, \hat{\pi}_{Q}] = i$ $[\hat{P}, \hat{\pi}_{p}] = i$ $[\hat{P}, \hat{\pi}_{p}] = i$

$$\hat{H} = \frac{\partial H}{\partial q} \hat{\pi}_q + \frac{\partial H}{\partial p} \hat{\pi}_p + \frac{\partial H}{\partial Q} \hat{\pi}_Q + \frac{\partial H}{\partial P} \hat{\pi}_P$$

$$H = qP$$

古典力学における観測モデル

$$\hat{H} = -\hat{P}\hat{\pi}_p + \hat{q}\hat{\pi}_Q$$

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}|\psi\rangle = e^{-i\hat{P}\hat{\pi}_p + i\hat{q}\hat{\pi}_Q}|\phi\rangle|\eta\rangle$$

観測装置の初期状態 $|\eta\rangle=|0,P
angle$

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iP\hat{\pi}_p + i\hat{q}\hat{\pi}_Q} |\phi\rangle |0, P\rangle$$

$$\begin{split} |\psi(t)\rangle &= \int dq dp \phi(q,p-P) |q,p\rangle e^{iq\hat{\pi}_Q} |0.P\rangle \\ &= \int dq dp \phi(q,p) |q,p+P\rangle |q,P\rangle \\ &= \int dq dp \phi(q,p) |q,p[P]\rangle |0,P[q]\rangle \end{split}$$

状態は観測装置が観測対象の位置を記録し、同時に観測対象が観測装置の運動量を記録した相対状態

対象の位置が確定している場合

$$\phi(q,p) = \delta(q-q_0)\delta(p)$$

$$|\psi(t)\rangle = |q_0, 0[P]\rangle |0, P[q_0]\rangle$$

本研究で行ったこと

- 量子論の演算子形式で古典力学を定式化したものを利用し、量子論の測定理論のモデルであるノイマンモデルを古典力学に適用した。
- ・理論の解釈として古典力学に対しエヴェレットの相対状態を適用した。
- 測定装置は測定対象の位置を記録している とみなせる一方で、測定対象は測定装置の 運動量を記録しているとみなせる。

宣伝

- ・ 放送大学科学サークル物理自主ゼミ
 - 毎月1回物理の輪講を行う。
 - 現在は吉田氏の「量子重力入門」を読む
- ・数理物理セミナ
 - 2ヶ月に1回程度、数理物理について情報交換 をする会
- ・放送大学場の理論ゼミ
 - 月1回 磯氏の「場の量子論」を読む。